الإشتقاق

1) العدد المشتق في x_0

- نقول إن الدالة f قابلة للإشتقاق في x_0 إذا وجد عدد حقيقي l بحيث : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = l$
- العدد l يسمى العدد المشتق للدالة f في x_0 و نكتب : $l = f'(x_0)$

2) التأويل الهندسي للعدد المشتق

f دالة قابلة للإشتقاق في x_0 ، و (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

- معادلة المماس لمنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها x_0 هي :

$$y = f'(x_0).(x-x_0)+f(x_0)$$

3) الدالة المشتقة – اشتقاق بعض الدوال الإعتيادية

- نقول إن دالة f قابلة للإشتقاق على مجال مفتوح I ، إذا كانت قابلة للإشتقاق في كل نقطة من المجال I.
- الدالة المعرفة على I بما يلي : $\begin{array}{ccc} I & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f'(x) \end{array}$ تسمى الدالة المشتقة للدالة f على المجال I و نرمز لها ب f'

بعض الدوال المشتقة لبعض الدوال الإعتيادية

المجال	$f'(x)$	$f(x)$
$\mathbb{R}$	0	k
$\mathbb{R}$	a	ax
$\mathbb{R}$	a	$ax+b$
$\mathbb{R}$	$2x$	x^2
$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	$x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

$]-\infty,0[$ أو $]0,+\infty[$	$\dfrac{-1}{x^2}$	$\dfrac{1}{x}$

4) عمليات على الدوال المشتقة

	f	f'	الشرط
الجمع	$u+v$	$u'+v'$	
الضرب في عدد حقيقي k	$k.u$	$k.u'$	
الجداء	$u.v$	$u'.v+u.v'$	
المقلوب	$\dfrac{1}{u}$	$\dfrac{-u'}{u}$	u لا تنعدم في I
الخارج	$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'.v-u.v'}{v^2}$	v لا تنعدم في I
المربع	u^2	$2u'.u$	
الأس	$u^n \quad (n\in\mathbb{N}^*)$	$nu'.u^{n-1}$	

5) مطاريف دالة قابلة للإشتقاق على مجال

- رتابة دالة و إشارة مشتقتها :

ليكن I مجالا من $\mathbb{R}$ و f قابلة للإشتقاق على I .

- f ثابتة على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)=0$ لكل x من I
- f تزايدية على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)\geq 0$ لكل x من I
- f تناقصية على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)\leq 0$ لكل x من I

- إذا كانت f قابلة للإشتقاق على مجال مفتوح I ، و تقبل مطرافا في النقطة x_0 $(x_0\in I)$ فإن : $f'(x_0)=0$
- إذا كانت $f'(x_0)=0$ و كانت f' تغير إشارتها بجوار x_0 فإن f تقبل مطرافا في x_0

- التأويل الهندسي :

✓ **العدد** $f'(x_0)$ **هو ميل مماس المنحنى** (C_f) **عند النقطة** $M_0(x_0,f(x_0))$

✓ **إذا كان** $f'(x_0)=0$ **فإن هذا المماس يكون موازيا لمحور الأفاصيل**