# تحليلية الجداء السلمي و تطبيقاته

نعتبر في جميع الفقرات أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

## الصيغة التحليلية للجداء السلمي

إذا كانت $\vec{U}\left(x,y\right)$ و $\vec{V}\left(x',y'\right)$ فإن $\vec{U}.\vec{V}=xx'+yy'$

$\cos\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)=\frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$ و $\sin\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)=\frac{dét\left(\vec{u},\vec{v}\right)}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}$

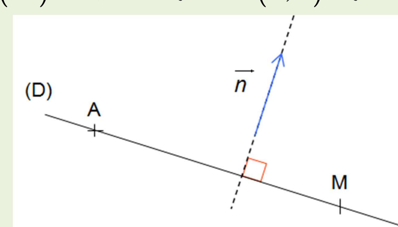
مساحة مثلث $ABC$ : $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|dét\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|$

## المستقيم في المستوى

- كل مستقيم $\left(D\right)$ معادلته الديكارتية تكتب على شكل $ax+by+c=0$

المتجهة $\vec{u}\left(-b,a\right)$ متجهة موجهة ل $\left(D\right)$

المتجهة $\vec{n}\left(a,b\right)$ متجهة منظمية ل $\left(D\right)$




- ليكن $\left(D\right)$ المستقيم المار من $A\left(x_A,y_A\right)$ و $\vec{n}\left(a,b\right)$ متجهة موجهة ل $\left(D\right)$

لدينا $\left(D\right)=\left\{M\in\left(P\right)/\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0\right\}$

- <u>الأوضاع النسبية لمستقيمين :</u>

لتكن $\vec{n}\left(a,b\right)$ متجهة منظمية ل $\left(D\right)$

و لتكن $\vec{n}'\left(c,d\right)$ متجهة منظمية ل $\left(\Delta\right)$

  - إذا كانت $dét\left(\vec{n},\vec{n}'\right)\neq 0$ فإن $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$ متقاطعان في نقطة وحيدة
  - إذا كانت $dét\left(\vec{n},\vec{n}'\right)=0$ فإن $\left(D\right)$ و $\left(\Delta\right)$متوازيين

**مسافة نقطة عن مستقيم :**

- ليكن $(D): ax+by+c=0$ و $H(x_H, y_H)$
- لدينا : $d(H,(D)) = \dfrac{|ax_H+by_H+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

## معادلة ديكارتية لدائرة

لتكن $(C)$ دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ و شعاعها $r$

$$(C) = \{M \in (P) / \Omega M = r\}$$

أ. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بمركزها و شعاعها:**

$$(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$$

ب. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بأحد أقطارها $[AB]$**

**طريقة 1:**

لدينا $\Omega(a,b)$ مركز $(C)$ هو منتصف $[AB]$

أي : $a = \dfrac{x_A+x_B}{2}$ و $b = \dfrac{y_A+y_B}{2}$

و شعاع الدائرة $(C)$ هو $r = \dfrac{AB}{2}$

$$(x-a)^2+(y-b)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

**طريقة 2:**

لتكن $(C)$ دائرة أحد أقطارها $[AB]$

$$(C) = \{M \in (P) / \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0\}$$

ج. **معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بثلاث نقط**

لتكن $(C)$ دائرة تمر من النقط $A$ و $B$ و $C$

$(C)$ هي دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ هي نقطة تقاطع واسطين من المثلث $ABC$ و شعاع $(C)$ هو : $r = \Omega A = \Omega B = \Omega C$

د. تمثيل بارامتري لدائرة

لتكن $(C)$ دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ و شعاعها $r$

$$\begin{cases} x = a + r\cos\theta \\ y = b + r\sin\theta \end{cases}$$

## تحديد داخل و خارج الدائرة :

لتكن $(C)$ دائرة مركزها $\Omega$ و شعاعها $r$ و $A$ نقطة من المستوى

- إذا كانت $\Omega A < r$ فإن $A$ توجد داخل الدائرة
- إذا كانت $\Omega A = r$ فإن $A$ تنتمي إلى الدائرة
- إذا كانت $\Omega A > r$ فإن $A$ توجد خارج الدائرة

## الأوضاع النسبية للدائرة و المستقيم في المستوى

ليكن $(D)$ المستقيم ذي المعادلة $ax + by + c = 0$ و لتكن $(C)$ دائرة مركزها $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$ و شعاعها $r$

و لتكن $d$ مسافة $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$ عن المستقيم $(D)$

الحالة **1**: إذا كان $d > r$ فإن $(C)$ و المستقيم $(D)$ لا يتقاطعان

الحالة **2**: إذا كان $d = r$ فإن المستقيم $(D)$ و الدائرة $(C)$ يتقاطعان في نقطة وحيدة و نقول أن $(D)$ مماس للدائرة $(C)$

الحالة **3**: إذا كان $d < r$ فإن $(D)$ و $(C)$ يتقاطعان في نقطتين مختلفتين

## معادلة المماس للدائرة $(C)$ عند إحدى نقطها

ليكن $(D)$ المستقيم المماس للدائرة $(C)$ في النقطة $H$

لدينا : $M(x,y) \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{H\Omega}.\overrightarrow{HM} = 0$