

الدّوال الأصلية

1. تعريف :

➤ نقول أن F دالة أصلية ل f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

2. خاصيات :

- كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال
- إذا كانت F دالة أصلية ل f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية ل f على I هي الدوال :
- $$(\lambda \in \mathbb{R}) \quad x \mapsto F(x) + \lambda$$
- ليكن x_0 و y_0 من \mathbb{R} توجد دالة أصلية وحيدة F ل f تحقق $F(x_0) = y_0$
- لتكن F و G دالتان أصليتان ل f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :
- $F + G$ دالة أصلية ل $f + g$
 - $k.F$ أصلية ل $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

المجال I	الدوال الأصلية ل f على I معرفة بما يلي: $F(x) = \dots\dots$	بما $f(x) = \dots\dots$ يلي
\mathbb{R}	$kx + c$	k (k عدد حقيقي ثابت)
\mathbb{R}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	x^n ($n \in \mathbb{N}^*$)
$]0, +\infty[$ أو $]-\infty, 0[$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	x^n ($n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*$)
$]0, +\infty[$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	x^r ($r \in \mathbb{Q} - \{-1\}$)
\mathbb{R}	$\sin(x)$	$\cos(x)$
\mathbb{R}	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$\left] \frac{-\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[, (k \in \mathbb{Z})$	$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$
\mathbb{R}	$\frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \cos(ax + b)$
\mathbb{R}	$\frac{-1}{a} \cos(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \sin(ax + b)$

$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + c$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
$] -\infty, 0[$ أو $]0, +\infty[$	$\frac{-1}{x} + c$	$\frac{1}{x^2}$
$]0, +\infty[$	$\ln(x) + c$	$\frac{1}{x}$
\mathbb{R}	$e^x + c$	e^x

4. العمليات على الدوال الأصلية :

شروط على u	الدوال الأصلية ل f على I	الدالة f
	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	$(n \in \mathbb{N}^*) u' u^n$
لكل x من I , $u(x) \neq 0$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	$(n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*) u' u^n$
لكل x من I , $u(x) > 0$	$2\sqrt{u} + c$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$
لكل x من I , $u(x) > 0$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$	$(r \in \mathbb{Q} - \{-1\}) u' u^r$
لكل x من I , $u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{u} + c$	$\frac{u'}{u^2}$
لكل x من I , $u(x) \neq 0$	$\ln u + c$	$\frac{u'}{u}$
	$e^u + c$	$u' e^u$