مبرهنة التزايدات المنتهية

1) مبرهنة رول

مبرهنة

إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a,b[$ و $f(a)=f(b)$ فإنه يوجد على الأقل c من $]a,b[$ بحيث :

$$f'(c)=0$$

2) مبرهنة التزايدات المنتهية

مبرهنة

إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a,b[$ فإنه يوجد على الأقل c من $]a,b[$ بحيث :

$$f(b)-f(a)=f'(c).(b-a)$$

3) متفاوتة التزايدات المنتهية

خاصية 1

إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a,b[$ و إذا وجد m و M من $\mathbb{R}$ بحيث : لكل x من $]a,b[$ يحقق

$$m\leq f'(x)\leq M$$

فإن $m(b-a)\leq f(b)-f(a)\leq M(b-a)$

خاصية 2

إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و قابلة للاشتقاق على $]a,b[$ و إذا وجد k من $\mathbb{R}^+$ بحيث : لكل x من $]a,b[$ يحقق

$$|f'(x)|\leq k$$

فإن $|f(b)-f(a)|\leq k.(b-a)$