الدوال الأصلية

1. تعريف :

➢ **نقول أن F دالة أصلية ل f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و** $\forall x \in I \quad F'(x)=f(x)$

2. خاصيات :

➢ كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال

➢ إذا كانت F دالة أصلية ل f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية ل f على I هي الدوال :

$$x \mapsto F(x)+\lambda \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

➢ ليكن x_0 و y_0 من $\mathbb{R}$ توجد دالة أصلية وحيدة F ل f تحقق $F(x_0)=y_0$

➢ لتكن F و G دالتان أصليتان ل f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :

- $F+G$ دالة أصلية ل $f+g$
- $k.F$ أصلية ل $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

f دالة معرفة على المجال I بما يلي : $f(x)=.......$	الدوال الأصلية ل f على I معرفة بما يلي: $F(x)=......$	المجال I
k (k عدد حقيقي ثابت)	$kx+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$x^r \quad (r \in \mathbb{Q}-\{-1\})$	$\dfrac{x^{r+1}}{r+1}+c$	$]0,+\infty[$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$1+\tan^2(x)=\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$	$\left]\dfrac{-\pi}{2}+k\pi,\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right[,(k \in \mathbb{Z})$
$(a \neq 0),\cos(ax+b)$	$\dfrac{1}{a}\sin(ax+b)+c$	$\mathbb{R}$
$(a \neq 0),\sin(ax+b)$	$\dfrac{-1}{a}\cos(ax+b)+c$	$\mathbb{R}$

$]0,+\infty[$	$2\sqrt{x}+c$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
$]-\infty,0[$ أو $]0,+\infty[$	$\frac{-1}{x}+c$	$\frac{1}{x^2}$
$]0,+\infty[$	$\ln(x)+c$	$\frac{1}{x}$
$\mathbb{R}$	e^x+c	e^x
$\mathbb{R}$	$Arc\tan(x)+c$	$\frac{1}{1+x^2}$

4. العمليات على الدوال الأصلية :

شروط على u	الدوال الأصلية ل f على I	الدالة f
	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	$(n\in\mathbb{N}^*)$ $u'u^n$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	$(n\neq -1;n\in\mathbb{Z}^*)$ $u'u^n$
لكل x من I , $u(x)>0$	$2\sqrt{u}+c$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$
لكل x من I , $u(x)>0$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1}+c$	$(r\in\mathbb{Q}-\{-1\})$ $u'u^r$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$-\frac{1}{u}+c$	$\frac{u'}{u^2}$
لكل x من I , $u(x)\neq 0$	$\ln\|u\|+c$	$\frac{u'}{u}$
	e^u+c	$u'.e^u$
	$Arc\tan(U)+c$	$\frac{u'}{1+u^2}$