الثانية علوم تجريبية
وطني 2010 – الدورة العادية

التمرين الأول : (3 ن)

	نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A\left(-1,0,3\right)$ و $B\left(3,0,0\right)$ و $C\left(7,1,-3\right)$ و الفلكة $\left(S\right)$ التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$
1	1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ و استنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $\left(ABC\right)$
0,5	2) بين أن $\left(S\right)$ هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ و شعاعها 5
	3) ليكن $\left(\Delta\right)$ المستقيم المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى $\left(ABC\right)$
0,5	أ. بين أن : $\left(t\in\mathbb{R}\right)$ $\begin{cases}x=3+3t\\ y=1\\ z=4t\end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم $\left(\Delta\right)$
1	ب. بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ يقطع الفلكة $\left(S\right)$ في النقطتين $E\left(6,1,4\right)$ و $F\left(0,1,-4\right)$

التمرين الثاني : (3 ن)

1	1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$
	2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$
	ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$
0,5	أ. بين أن $z'=iz+2-4i$
0,25	ب. تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c'=5+3i$
1,25	ج. بين أن $\dfrac{c'-b}{c-b}=\dfrac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC=2BC'$

التمرين الثالث : (3 ن)

	يحتوي صندوق على عشر كرات : خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
	نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .
	1) نعتبر الحدثين التاليين :
	A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : "الحصول على كرة بيضاء على الأقل "
1	بين أن $P\left(A\right)=\dfrac{1}{2}$ و $P\left(B\right)=\dfrac{41}{42}$
	2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .
0,25	أ. تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

ب. بين أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ و $P(X=0)=\frac{1}{6}$	1
ج. حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X	0,75

التمرين الرابع : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{3u_n-1}{2u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$	
1) بين بالترجع أن : $u_n>1$ لكل n من $\mathbb{N}$	0,75
2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$	
أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و استنتج أن $v_n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$	1
ب. بين أن $u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1}$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$	0,75
ج. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n=\ln(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$	0,5

التمرين الخامس : (8 ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=1+4xe^{2x}$	
1) بين أن : $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من $\mathbb{R}$	0,5
2) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ و تناقصية على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$	0,5
3) أ. بين أن : $g\left(-\frac{1}{2}\right)=1-\frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right)>0$	0,5
ب. استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$	0,25
II. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$	
و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ($\lVert\vec{i}\rVert=\lVert\vec{j}\rVert=2cm$)	
1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$)	1
2) بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$	0,75
3) أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ و استنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب	0,75
ب. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ و استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$	0,5
ج. حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right[$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$	0,5
4) أ. بين أن $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O	0,25

ب. بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب)	0,25
5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$	0,75
6) أ. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 (2x-1)e^{2x}dx = 1$	1
ب. أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$	0,5

تصحيح التمرين الأول :

1) لدينا $\overrightarrow{AB}(4,0,-3)$ و $\overrightarrow{AC}(8,1,-6)$

إذن :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC} &= \begin{vmatrix}0 & -3\\ 1 & -6\end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix}4 & -3\\ 8 & -6\end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix}4 & 0\\ 8 & 1\end{vmatrix}\vec{k}\\ &= (0-(-3))\vec{i} - ((-24)-(-24))\vec{j} + (4-0)\vec{k}\\ &= 3\vec{i} + 4\vec{k}\end{aligned}$$

لدينا $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(3,0,4)$ متجهة منظمية للمستوى (ABC) إذن معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) تكتب على شكل :

$$3.x + 0.y + 4.z + d = 0$$

و لدينا : $B(3,0,0)\in(ABC)$ إذن : $3.(3)+0.(0)+4.(0)+d=0$ و منه $d=-9$

و بالتالي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) : $3.x+4.z-9=0$

2) لنبين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ و شعاعها 5

$$\begin{aligned}M(x,y,z)\in(S) &\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0\\ &\Leftrightarrow x^2-2(3)x+(3)^2+y^2-2(1)y+(1)^2+z^2=15+(3)^2+(1)^2\\ &\Leftrightarrow (x-(3))^2+(y-(1))^2+(z-(0))^2=(5)^2\end{aligned}$$

3) أ.

لدينا $(\Delta)\perp(ABC)$ و $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(3,0,4)$ متجهة منظمية للمستوى (ABC)

إذن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}(3,0,4)$ هي متجهة موجهة للمستقيم (Δ) و لدينا $\Omega(3,1,0)\in(\Delta)$

و منه تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) :

$$\begin{cases} x=(3)+\mathrm{t}(3)=3+3t \\ y=(1)+t(0)=1 \qquad (t\in\mathbb{R}) \\ z=(0)+t(4)=4t \end{cases}$$

ب.

$$M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \\ (x-3)^2+(y-1)^2+z^2=25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \\ (3t)^2+(0)^2+(4t)^2=25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \\ t^2=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=-4 \\ t=-1 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x=6 \\ y=1 \\ z=4 \\ t=1 \end{cases}$$

و منه المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$

تصحيح التمرين الثاني :

1) لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$

لدينا : $\Delta=-4$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين مترافقين

$z=\dfrac{6+2i}{2}=3+i$ أو $z=\dfrac{6-2i}{2}=3-i$

و منه : $S=\{3-i,3+i\}$

2) أ. $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$

$$z'-a=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-a)$$
$$z'-3+i=i(z-3+i)$$
$$z'=iz-3i-1+3-i$$
$$\boxed{z'=iz+2-4i}$$

ب.

$$\begin{aligned} c' &= ic+2-4i \\ &= i(7-3i)+2-4i \\ &= 7i+3+2-4i \\ &= 5+3i \end{aligned}$$

ج.

$$\begin{aligned} \frac{c'-b}{c-b} &= \frac{(5+3i)-(3+i)}{(7-3i)-(3+i)} \\ &= \frac{2+2i}{4-4i} \\ &= \frac{2i}{4}\times\frac{1-i}{1-i} \\ &= \frac{1}{2}i \end{aligned}$$

لدينا : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

إذن : $\arg(\frac{c'-b}{c-b})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و $\left|\frac{c'-b}{c-b}\right|=\frac{1}{2}$

إذن : $(\overline{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BC'}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و $\frac{BC'}{BC}=\frac{1}{2}$

و منه : المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC=2BC'$

تصحيح التمرين الثالث :

التجربة : سحب في آن واحد أربع كرات من الصندوق

ليكن Ω كون إمكانيات التجربة

لدينا : $card\Omega=C_{10}^{4}=210$

1) A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط "

لدينا : $cardA=C_3^1\times C_7^3=3\times35=105$

إذن : $p(A)=\dfrac{cardA}{card\Omega}=\dfrac{105}{210}=\dfrac{1}{2}$

B : "الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

$\overline{B}$: "عدم الحصول على أية كرة بيضاء "

لدينا : $card\,\overline{B}=C_5^4=5$

إذن : $p(\overline{B})=\dfrac{card\,\overline{B}}{card\Omega}=\dfrac{5}{210}=\dfrac{1}{42}$

و منه : $p(B)=1-p(\overline{B})=1-\dfrac{1}{42}=\dfrac{41}{42}$

2) X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ.

$$\overline{R}\,\overline{R}\,\overline{R}\,\overline{R} \quad \to \quad X=0$$
$$\overline{R}\,\overline{R}\,\overline{R}R \quad \to \quad X=1$$
$$\overline{R}\,\overline{R}RR \quad \to \quad X=2$$
$$\overline{R}RRR \quad \to \quad X=3$$

ب.

$$p(X=2)=\frac{C_3^2\times C_7^2}{210}=\frac{3\times 21}{210}=\frac{3}{10}$$
$$p(X=0)=\frac{C_7^4}{210}=\frac{35}{210}=\frac{1}{6}$$

ج. لنحدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

لدينا :

$$p(X=0)=\frac{1}{6}$$
$$p(X=1)=p(A)=\frac{1}{2}$$
$$p(X=2)=\frac{3}{10}$$
$$p(X=3)=\frac{C_3^3\times C_7^1}{210}=\frac{7}{210}=\frac{1}{30}$$

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{1}{30}$

تصحيح التمرين الرابع :

(1

✓ من أجل $n=0$:

لدينا : $u_0=2$

إذن : $u_0>1$

✓ ليكن $n\in\mathbb{N}$:

- نفترض أن : $u_n>1$
- و نبين أن : $u_{n+1}>1$ ؟

لدينا : $u_{n+1}-1=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}-1=\dfrac{u_n-1}{2u_n}$

حسب افتراض الترجع لدينا : $u_n>1$

إذن : $u_n-1>0$ و $2u_n>2>0$

إذن : $u_{n+1}-1>0$ و منه $u_{n+1}>1$

✓ نستنتج : $u_n>1 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

2) أ. ليكن $n\in\mathbb{N}$:

○ لدينا :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{u_{n+1}-1}{2u_{n+1}-1} \\ &= \frac{\frac{3u_n-1}{2u_n}-1}{\frac{2(3u_n-1)}{2u_n}-1} \\ &= \frac{u_n-1}{4u_n-2} \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{u_n-1}{2u_n-1} \\ &= \frac{1}{2}\times v_n \end{aligned}$$

إذن : $v_{n+1}=\dfrac{1}{2}\times v_n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{2}$ و حدها الأول : $v_0=\dfrac{u_0-1}{2u_0-1}=\dfrac{2-1}{4-1}=\dfrac{1}{3}$

○ لدينا : $v_n=v_0\times q^n$

إذن : $v_n = \frac{1}{3}\times(\frac{1}{2})^n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$

ب.

○

$$v_n = \frac{u_n-1}{2u_n-1} \Leftrightarrow 2u_nv_n - v_n = u_n - 1$$
$$\Leftrightarrow 2u_nv_n - u_n = v_n - 1$$
$$\Leftrightarrow u_n\times(2v_n-1) = v_n - 1$$
$$\Leftrightarrow u_n = \frac{v_n-1}{2v_n-1}$$

و منه :
$$u_n = \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$$

○ بما أن : $-1<\frac{1}{2}<1$ فإن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

و منه : $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{0-1}{0-1} = 1$

ج. لدينا : $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$ و الدالة "ln" متصلة في 1

إذن : $\lim_{n\to+\infty} w_n = \lim_{n\to+\infty} \ln(u_n) = \ln(1) = 0$

تصحيح التمرين الخامس :

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 1+4xe^{2x}$

1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

ليكن $x\in\mathbb{R}$:

لدينا :

$$\begin{aligned} g'(x) &= (1+4xe^{2x})' \\ &= 0+(4x)'e^{2x}+4x(e^{2x})' \\ &= 4e^{2x}+4x\times 2e^{2x} \\ &= 4(2x+1)e^{2x} \end{aligned}$$

إذن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من $\mathbb{R}$

2) لدينا : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من $\mathbb{R}$

و بما أن $4e^{2x} > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ فإن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $2x+1$

x	$-\infty$ $\quad -1/2 \quad$ $+\infty$
$2x+1$	$-$ $\quad 0 \quad$ $+$

و منه :

- على المجال $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$: $g'(x)\geq 0$

  أي أن الدالة g تزايدية
- و على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$: $g'(x)\leq 0$

  أي أن الدالة g تناقصية

3) أ. $g\left(\frac{-1}{2}\right)=1+4\left(\frac{-1}{2}\right)e^{2\left(\frac{-1}{2}\right)}=1-2e^{-1}=1-\frac{2}{e}$

لدينا : $g\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{e-2}{e}$

بما أن $e>2$ فإن $\frac{e-2}{e}>0$ و منه : $g\left(-\frac{1}{2}\right)>0$

ب. لدينا : g تناقصية على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ و g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$

إذن : $g\left(\frac{-1}{2}\right)$ هي القيمة الدنوية للدالة g على $\mathbb{R}$

و منه : $g(x)\geq g\left(\frac{-1}{2}\right)$ لكل x من $\mathbb{R}$

و بما أن $g\left(-\frac{1}{2}\right)>0$

فإن $g(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$

II.

(1

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-1)e^{2x}+x+1=+\infty$

لأن :

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} 2x-1=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} x+1=+\infty\end{cases}$$

✓

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (2x-1)e^{2x}+x+1$$
$$= \lim_{x\to+\infty} 2xe^{2x}-e^{2x}+x+1=-\infty$$

لأن :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} 2xe^{2x} = \lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x} = \lim\limits_{u\to-\infty} e^{u}=0 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x+1=-\infty \end{cases} \quad \begin{pmatrix} & u=2x & \\ x\to-\infty & \Leftrightarrow & u\to-\infty \end{pmatrix}$$

2) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

ليكن $x\in\mathbb{R}$:

لدينا :

$$\begin{aligned} f'(x) &= ((2x-1)e^{2x}+x+1)' \\ &= (2x-1)'e^{2x}+(2x-1)(e^{2x})'+1 \\ &= 2e^{2x}+(2x-1)\times 2e^{2x}+1 \\ &= (2+(2x-1)\times 2)e^{2x}+1 \\ &= 4xe^{2x}+1 \\ &= g(x) \end{aligned}$$

إذن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

و حسب الجزء الأول السؤال 3- ب- لدينا $g(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$

و منه $f'(x)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$

و بالتالي الدالة f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

3) أ.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x-1)}{x}\times e^{2x}+\frac{x+1}{x}=+\infty$$

لأن :

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x}=2 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x}=1 \end{cases}$$

بما أن : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty \end{cases}$ فإن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

ب.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(\mathrm{x}+1) \quad = \lim_{x\to+\infty}(2x-1)e^{2x}+x+1-x-1$$
$$= \lim_{x\to+\infty} 2xe^{2x}-e^{2x}=0$$

بما أن $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ فإن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

ج. لنحدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع (Δ) و المنحنى (C)

$$f(x)=x+1 \quad\Leftrightarrow\quad (2x-1)e^{2x}=0$$
$$\Leftrightarrow \qquad x=\frac{1}{2}$$

إذن (Δ) و المنحنى (C) يتقاطعان وفق النقطة $A\left(\frac{1}{2},f(\frac{1}{2})\right)$ مع $\left(f(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}\right)$

- لندرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) و المنحنى (C)

ليكن $x\in\mathbb{R}$:

لدينا : $f(x)-(x+1)=(2x-1)e^{2x}$

بما أن $e^{2x}>0$ فإن إشارة $f(x)-(x+1)$ هي إشارة $2x-1$

✓ على المجال $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right[$:

لدينا : $2x-1<0$ إذن $f(x)-(x+1)<0$

و منه : المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ)

✓ على المجال $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$:

لدينا : $2x-1>0$ إذن $f(x)-(x+1)>0$

و منه : المنحنى (C) يوجد فوق المستقيم (Δ)

4) أ. معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O :

$$y=f'(0)\times(x-0)+f(0)$$

لدينا : $f'(0)=1$ و $f(0)=0$

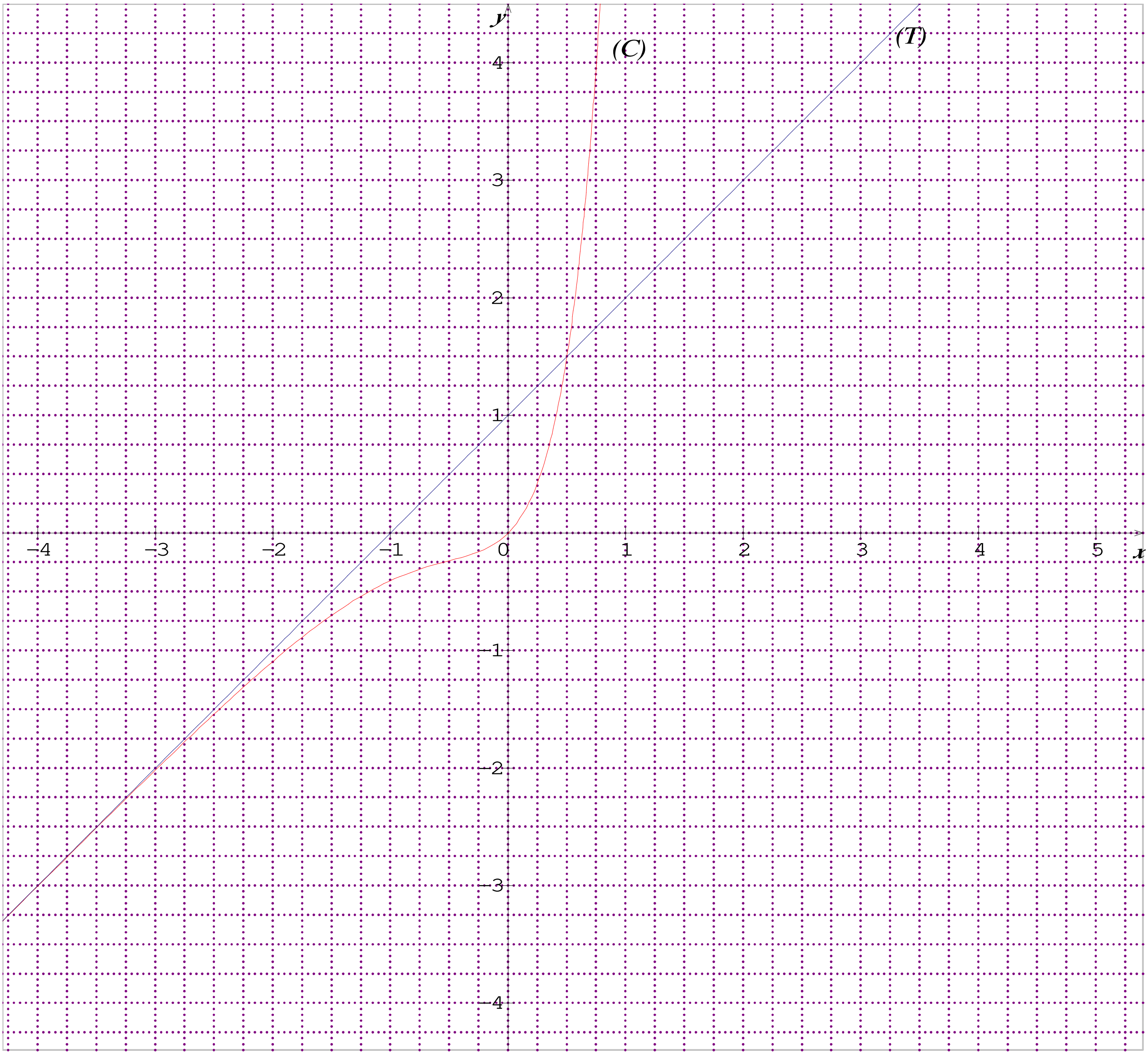
و منه : $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O

ب. لدينا : $f''(x)=g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

و حسب الجزء الأول : f'' تنعدم و تغير إشارتها عند العدد $\frac{-1}{2}$

إذن : للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$

(5



(6 أ.

$$\begin{cases} u(x) = 2x-1 \\ v'(x) = e^{2x} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 2 \\ v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^1 (2x-1)e^{2x}dx &= \left[\frac{1}{2}(2x-1)e^{2x}\right]_0^1 - \int_0^1 e^{2x}dx \\
&= \left[\frac{1}{2}(2x-1)e^{2x}\right]_0^1 - \left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1 \\
&= \left(\frac{e^2}{2}+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\right) \\
&= 1
\end{aligned}$$

ب. مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$

$$\begin{aligned}
A &= \int_0^1 |f(x)-x|\,dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \\
&= \int_0^1 ((2x-1)e^{2x}+1)dx \times 2cm \times 2cm \\
&= \left(\int_0^1 ((2x-1)e^{2x})dx + \int_0^1 1dx\right) \times 4cm^2 \\
&= (1+1)\times 4cm^2 \\
&= 8cm^2
\end{aligned}$$

つづく