Bac professionnel 2018

[énoncé seulement]

Exercice 1 : ($3,5$ pts)

	On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 3}{3u_n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,5	1. Calculer u_1 *et* u_2
	2. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 2}{1 - u_n}$
0,25	a. Calculer v_0
1	b. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = \dfrac{1 - 2u_n}{1 - u_n}$ et en déduire que $v_{n+1} - v_n = 3$
0,5	c. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = 3n$
0,5	3. a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{v_n + 2}{v_n + 1}$
0,25	b. En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \dfrac{3n + 2}{3n + 1}$
0,5	4. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2 : (3 pts)

	On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - 2z + 2 = 0$
1	1. a. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) (les solutions z_1 *et* z_2 sont telles que $\operatorname{Im}(z_1) > 0$ *et* $\operatorname{Im}(z_2) < 0$)
0,5	b. Ecrire z_1 *et* z_2 sous forme trigonométrique
0,5	c. Montrer que $z_1^4 + z_2^4 = -8$
	2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $A(1-i)$ *et* $B(1+i)$
0,5	a. Donner $\dfrac{1+i}{1-i}$ sous forme algébrique
0,5	b. En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O

Exercice 3 : (3 pts) *(N.B : Tous les résultats doivent être donnés sous forme de fraction)*

	Un sac contient 12 boules indiscernables en toucher : 4 rouges , 6 blanches et 2 vertes . On tire simultanément trois boules du sac . On considère les deux événements suivants :

A : « les trois boules tirées sont de la même couleur »
B : « Parmi les trois boules tirées il y a exactement deux boules blanches »

0,75 1. Montrer que $p(A)=\dfrac{6}{55}$

0,75 2. Calculer $p(B)$

3. On définit la variable aléatoire X en procédant un jeu suivant :
   - Si les trois boules tirées sont de même couleur , on gagne 3 points.
   - Si les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes , on perd 3 points.
   - Si parmi les boules tirées deux sont de même couleur et la troisième est d'une autre couleur , on gagne 0 point .

1 a. Copier et compléter le tableau ci-contre.

0,5 b. Donner l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X

$X=x_i$	3	0	-3
$p(X=x_i)$		$\dfrac{37}{55}$	

Exercice 4 : (2 pts)

L'espace est rapporté à un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soient (D_1) la droite passant par le point $A(1,2,-1)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}(-1,0,1)$

et (D_2) la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

0,5 1. Montrer que le point $A(1,2,-1)$ appartient à (D_2)

1,5 2. Donner une équation cartésienne du plan défini par (D_1) et (D_2)

Exercice 5 : ($8{,}5$ pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\left(e^x-1\right)^2$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

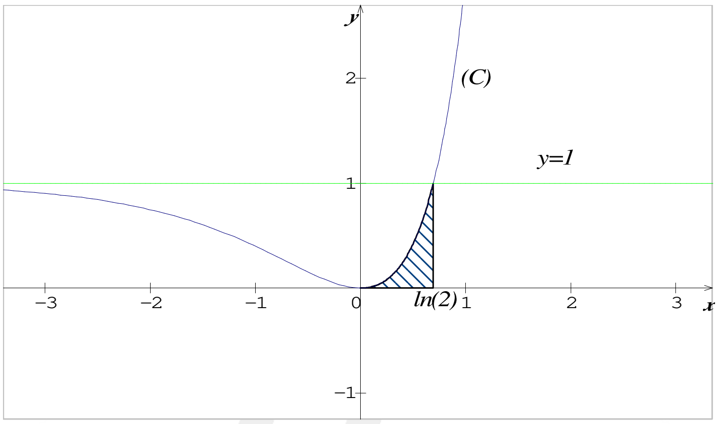
1 1. a. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat

1 b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1 c. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation géométrique du résultat

On pourra remarquer que : $\left(e^x-1\right)^2=e^x\left(e^x-2\right)+1$

1	2. a. Montrer que : $f'(x)=2(e^x-1)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$
1,5	b. Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f
1	3. Déterminer l'abscisse du point d'intersection de (C) et de la droite d'équation $y=1$
	4. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f
0,5	a. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f(x)=e^{2x}-2e^x+1$
1,5	b. Déterminer l'aire de la partie hachurée



つづく