الدوال الأصلية

1. تعريف :

➢ **نقول أن F دالة أصلية ل f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و** $\forall x \in I \quad F'(x)=f(x)$

2. خاصيات :

➢ كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال

➢ إذا كانت F دالة أصلية ل f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية ل f على I هي الدوال :

$$x \mapsto F(x)+\lambda \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

➢ ليكن x_0 و y_0 من $\mathbb{R}$ توجد دالة أصلية وحيدة F ل f تحقق $F(x_0)=y_0$

➢ لتكن F و G دالتان أصليتان ل f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :

- $F+G$ دالة أصلية ل $f+g$
- $k.F$ أصلية ل $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

f دالة معرفة على المجال I بما يلي : $f(x)=.......$	الدوال الأصلية ل f على I معرفة بما يلي: $F(x)=......$	المجال I
k (k عدد حقيقي ثابت)	$kx+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$x^r \quad (r \in \mathbb{Q}-\{-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1}+c$	$]0,+\infty[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+c$	$]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x}+c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)+c$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x+c	$\mathbb{R}$

4. العمليات على الدوال الأصلية :

الدالة f	الدوال الأصلية ل f على I	شروط على u
$u'u^n \quad \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	
$u'u^n \quad \left(n\neq -1; n\in\mathbb{Z}^*\right)$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}+c$	لكل x من I , $u(x)>0$
$u'u^r \quad \left(r\in\mathbb{Q}-\{-1\}\right)$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1}+c$	لكل x من I , $u(x)>0$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$u'.e^u$	e^u+c	