# الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

## الترتيب في المجموعة $\mathbb{R}$

**ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين**
**نقول إن $a$ أصغر من أو يساوي $b$ و نكتب : $a \leq b$ إذا كان $a-b \leq 0$**

## الترتيب و العمليات

**لتكن $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعدادا حقيقية.**

- **إذا كان $a \leq b$ فإن $a+c \leq b+c$**
- **إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن $a+c \leq b+d$**
- **إذا كان $a \leq b$ و $c \geq 0$ فإن $ac \leq bc$**
- **إذا كان $a \leq b$ و $c \leq 0$ فإن $ac \geq bc$**
- **إذا كان $ac \leq bc$ و $c > 0$ فإن $a \leq b$**
- **إذا كان $ac \leq bc$ و $c < 0$ فإن $a \geq b$**
- **إذا كان $0 \leq a \leq b$ و $0 \leq c \leq d$ فإن $ac \leq bd$**

**ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين.**

- $0 < a \leq b$ **تعني** $0 < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$
- $a \leq b < 0$ **تعني** $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a} < 0$

## القيمة المطلقة

**على محور ممنظم ، $x$ هو أفصول نقطة $M$**
**القيمة المطلقة ل $x$ هي المسافة الفاصلة بين أصل المعلم و النقطة $M$ و يرمز لها ب : $|x|$**
**و لدينا : $OM = |x|$ حيث $O$ هو أصل المعلم**

## المسافة بين عددين حقيقيين

**إذا كان $a$ و $b$ على التوالي أفصولي نقطتين $A$ و $B$ على محور ممنظم ، فإن المسافة بين $a$ و $b$ هي المسافة بين $A$ و $B$**
و لدينا : $AB = |b-a|$

## خاصيات القيمة المطلقة

| ليكن $x$ و $y$ عددين حقيقيين ، لدينا : | |
|---|---|
| $\|x-y\|=\|y-x\|$ | $\|x+y\|\leq\|x\|+\|y\|$ |
| $\|xy\|=\|x\|\|y\|$ | $\|x-y\|\geq\|x\|-\|y\|$ |
| $\left\|\frac{x}{y}\right\|=\frac{\|x\|}{\|y\|}$ $(y\neq 0)$ | $\|x\|=\|y\|$ تعني $x=y$ أو $x=-y$ |

## المجالات

ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين بحيث $a\leq b$

| مجموعة الأعداد الحقيقية $x$ التي تحقق | الترميز |
|---|---|
| $a\leq x\leq b$ | $[a,b]$ |
| $a\leq x<b$ | $[a,b[$ |
| $a<x\leq b$ | $]a,b]$ |
| $a<x<b$ | $]a,b[$ |
| $x\leq a$ | $]-\infty,a]$ |
| $x<a$ | $]-\infty,a[$ |
| $x\geq b$ | $[b,+\infty[$ |
| $x>b$ | $]b,+\infty[$ |
| $x\in\mathbb{R}$ | $]-\infty,+\infty[$ |

## المجالات و القيمة المطلقة

**ليكن** $x\in\mathbb{R}$ و $r>0$

| الكتابة باستعمال القيمة المطلقة | الكتابة باستعمال المجالات |
|---|---|
| $\|x\|\leq r$ | $x\in[-r,r]$ |
| $\|x\|\geq r$ | $x\in]-\infty,-r]\cup[r,+\infty[$ |
| $\|x-a\|\leq r$ | $x\in[a-r,a+r]$ |
| $\|x-a\|\geq r$ | $x\in]-\infty,a-r]\cup[a+r,+\infty[$ |
| $\|x\|<r$ | $x\in]-r,r[$ |
| $\|x\|>r$ | $x\in]-\infty,-r[\cup]r,+\infty[$ |
| $\|x-a\|<r$ | $x\in]a-r,a+r[$ |

| | |
|---|---|
| $\|x-a\|>r$ | $x\in\ ]-\infty,a-r[\cup]a+r,+\infty[$ |

## التأطير

**ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين بحيث $a<b$**
**كل متفاوتة من المتفاوتات المزدوجة :**
**$a<x<b$ و $a<x\leq b$ و $a\leq x<b$ و $a\leq x\leq b$ تسمى تأطيرا للعدد $x$ سعته $b-a$**

## التأطير و العمليات

**إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ تأطيرين للعددين $x$ و $y$ على التوالي.**
**فإن** $\begin{cases}a+c\leq x+y\leq b+d\\ a-d\leq x-y\leq b-c\end{cases}$ تأطيران للعددين $x+y$ و $x-y$.

**لتكن $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعدادا حقيقية موجبة .**
**إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ تأطيرين للعددين $x$ و $y$ على التوالي**
**فإن $ac\leq xy\leq bd$ هو تأطير للعدد $xy$**

**لتكن $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعدادا حقيقية موجبة قطعا .**
**إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ تأطيرين للعددين $x$ و $y$ على التوالي**
**فإن :** $\frac{1}{c}\leq\frac{1}{y}\leq\frac{1}{d}$ و $\frac{a}{d}\leq\frac{x}{y}\leq\frac{b}{c}$ **هما تأطيران للعددين** $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

## التقريبات

**ليكن $a<x<b$ أو $a<x\leq b$ أو $a\leq x<b$ أو $a\leq x\leq b$ تأطيرا للعدد $x$ سعته $b-a$**
- **العدد $a$ يسمى تقريبا للعدد $x$ إلى $b-a$ بتفريط**
- **العدد $b$ يسمى تقريبا للعدد $x$ إلى $b-a$ بإفراط**

## قيمة مقربة

**ليكن $x$ عددا حقيقيا و $r$ عددا حقيقيا موجبا قطعا.**
**كل عدد حقيقي $a$ يحقق إحدى العلاقتين $|x-a|\leq r$ أو $|x-a|<r$ يسمى قيمة مقربة للعدد $x$ بالدقة $r$**

## التقريبات العشرية

**ليكن $x$ عددا حقيقيا بحيث :** $N\times10^{-p}\leq x<(N+1)\times10^{-p}$ **( مع $p\in\mathbb{N}$ و $N\in\mathbb{Z}$ )**
- **العدد $N\times10^{-p}$ يسمى التقريب العشري للعدد $x$ إلى $10^{-p}$ بتفريط**
- **العدد $(N+1)\times10^{-p}$ يسمى التقريب العشري للعدد $x$ إلى $10^{-p}$ بإفراط**