~ الثانية علوم رياضية ~

تمرين دراسة الدوال

نص التمرين

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 Arctan\left(\dfrac{1}{x}\right) & ; x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

1) أ- بين أن الدالة f متصلة في الصفر.

ب- أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ- أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليمين ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

ب- أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليسار ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

3) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^-$ بما يلي : $g(x) = 2Arc\tan(x) - \dfrac{x}{1+x^2}$

أ- أدرس تغيرات الدالة g

ب- أستنتج إشارة $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^-$

4) أ- بين أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}_*^-\right) \quad f'(x) = x.g\left(\dfrac{1}{x}\right)$

ب- بين أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}_*^+\right) \quad f'(x) = \dfrac{2\left(1-\sqrt[3]{x}\right)}{3\sqrt[3]{x^2}}$

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f

5) أ- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $\left(\forall t \in \mathbb{R}_*^-\right): \quad t < Arc\tan(t) < \dfrac{t}{1+t^2}$

ب- استنتج أن : $\lim_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} \dfrac{Arc\tan(x) - x}{x^2}$

ج- بين أن المستقيم $(D): y = x$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$

د- أدرس الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$

6) أ- حدد معادلة المماس ل $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الأفصول 8
ب- أنشئ $\left(C_f\right)$

7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I=\left[1,+\infty\right[$
أ- بين أن h تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده
ب- حدد $\left(h^{-1}\right)'(0)$
ج- أنشئ $\left(C_{h^{-1}}\right)$ في نفس المعلم السابق

つづく